

УДК 004.89

А.Н. Шушура, Ю.А. Якимова
Институт информатики и искусственного интеллекта
ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, Украина
Украина, 83050, г. Донецк, пр. Богдана Хмельницкого, 84

Метод нечеткого критического пути для управления проектами на основе нечетких интервальных оценок

A.N. Shushura, Yu.A. Yakimova
Institute of Informatics and Artificial Intelligence
of Donetsk National Technical University, Donetsk, Ukraine
Ukraine, 83050, c. Donetsk, Bogdana-Khmelnitskogo av.

Fuzzy Critical Path Method for Project Management Based on the Fuzzy Interval Estimates

О.М. Шушура, Ю.О. Якімова
Інститут інформатики і штучного інтелекту
ДВНЗ «Донецький національний технічний університет», м. Донецьк, Україна
Україна, 83050, м. Донецьк, пр. Богдана Хмельницького, 84

Метод нечіткого критичного шляху для управління проектами на основі нечітких інтервальних оцінок

В данной работе рассматривается методика управления проектами с использованием трапециевидных нечетких чисел для оценки продолжительности работ. Проведены исследование типовой структуры проекта и формализация его характеристик, разработан метод нечеткого критического пути на основе нечетких интервальных оценок для управления сроками выполнения работ.
Ключевые слова: управление проектами, нечеткая логика, трапециевидные нечеткие числа.

In the work, the method for project management with use of trapezoidal fuzzy numbers to evaluate the duration of the work is considered. The investigation of a typical project structure and formalization of its characteristics is made; the method for fuzzy critical path based on the fuzzy interval estimates for the control periods of performance is developed.
Key words: project management, fuzzy logic, trapezoidal fuzzy numbers.

В роботі розглянута методика управління проектами з використанням трапецієподібних нечітких чисел для оцінки тривалості робіт. Проведені дослідження типової структури проекту і формалізація його характеристик, розроблено метод нечіткого критичного шляху на основі нечітких інтервальних оцінок для управління тривалістю виконання робіт.
Ключові слова: управління проектами, нечітка логіка, трапецієподібні нечіткі числа.

Введение

В современном мире проектное управление стало неотъемлемой частью преуспевающей компании. Использование технологии проектного управления позволяет организациям сократить сроки реализации проектов, снижая совокупные расходы. Одной из главных задач при управлении проектом является выделение критически

важных работ и контроль сроков их выполнения. Для этих целей на основе сетевых моделей разработано множество методов планирования, составления временных расписаний и управления проектами: PERT [1], [2], метод критического пути (CPM) [3], метод графической оценки и анализа GERT [1], [2] и др. В сфере управления проектами известны работы таких ученых, как Д.К. Васильев, А.Ю. Заложнев, Д.А. Новиков, А.В. Цветков, А.А. Матвеев и др.

Ключевой информацией для планирования проекта является получение оценок продолжительности работ. Как правило, эти оценки задаются экспертно и, следовательно, обладают определенной размытостью, которую не учитывают традиционные методики расчета критического пути проекта. Для формализации размытости данных о времени выполнения работы был использован аппарат нечетких треугольных чисел и разработан метод нечеткого критического пути [2]. Однако этот метод не рассматривает интервальную неопределенность длительности работ. В проектах с ограниченным количеством исходной информации о продолжительности работ, а также в проектах, которые не имеют аналогов, актуально применить такие элементы нечеткой логики, как нечеткие интервалы, которые могут быть представлены в виде нечетких трапециевидных чисел.

Постановка задачи

Целью данной работы является повышение эффективности управления календарным графиком проекта за счет разработки метода оценки критического пути проекта с использованием нечетких трапециевидных чисел. Для достижения поставленной цели решены задачи:

– формализация структуры и характеристик проекта;
– разработка метода нечеткого критического пути управления проектом;
– численное исследование работы метода.

Формализация структуры проекта и его характеристик

В общем случае проект состоит из набора работ (операций). Технологическая зависимость между операциями задается в виде сетевого графика, представленного как ориентированный граф без контуров, в котором выделены два множества вершин – входы сети и выходы сети. При этом вершинами обозначены работы проекта, а дугами – взаимосвязи работ проекта.

Для сети всегда существует «правильная» нумерация, при которой из вершины с большим номером не идут дуги в вершины с меньшими номерами. Поэтому будем считать, что события занумерованы таким образом, что нумерация является «правильной». Таким образом, проект можно представить в виде {R, D}, где R – множество работ проекта (вершин), D – множество дуг. Предположим, что для каждой работы $r_i \in R$ задана продолжительность ее выполнения в виде нечеткого трапециевидного числа $t_i = <a_i, b_i, \alpha_i, \beta_i>$.

Кроме длительности, для каждой работы выделим характеристики:

– раннее время начала работы r_i:

$$T^r(i) = < ar_i, br_i, \alpha r_i, \beta r_i > ;$$

– позднее время окончания работы r_i:

$$T^p(i) = < ap_i, bp_i, \alpha p_i, \beta p_i > .$$

Критический путь проекта представляет собой набор работ, задержка в выполнении каждой из которых приводит к задержке выполнения проекта в целом. Работы, входящие в критический путь проекта при нечетком задании их продолжительности называют нечеткими критическими работами. Нечеткие критические работы имеют одинаковое значение раннего и позднего времени начала.

Нахождение нечеткого критического пути выполняется в два этапа:

– вычисление раннего времени начала каждой работы проекта;

– вычисление позднего времени завершения каждой работы проекта.

Весь проект характеризуется длительностью критического пути:

$$T = < aT, bT, \alpha T, \beta T > .$$

Рассмотрим подходы к расчету указанных характеристик.

Модель расчета нечеткого критического пути при интервальной неопределенности

Для расчета и оценки продолжительности как отдельных работ, так и проекта в целом проводится прямой и обратный анализ сетевого графика проекта. Для прямого анализа необходимо определить ранние сроки начала операций, а для обратного – поздние сроки завершения операций. Вследствие того, что моменты свершения событий указываются в виде трапециевидных нечетких чисел, то для нахождения ранних и поздних сроков проведения работ применяются операции расширенного максимума и минимума [6].

Ранние сроки начала отдельных работ $T^r(i)$ рассчитываются по формуле:

$$T^r(i) = < ar_i, br_i, \alpha r_i, \beta r_i > = \begin{cases} (0,0,0,0), если\ G_i = \varnothing \\ \max\limits_{\forall r_j \in G_i} (T^r(j) + t_j), иначе, \end{cases} \quad (1)$$

где G_i – множество работ, непосредственно предшествующих работе r_i.

Исходя из операций расширенного максимума, составляющие трапециевидного нечеткого числа $T^r(i)$ определяются по формулам:

$$\begin{aligned} atr &= \max_{\forall r_j \in G_i}(ar_j + a_j); \\ btr &= \max_{\forall r_j \in G_i}(br_j + b_j); \\ \alpha tr &= \max_{\forall r_j \in G_i}(ar_j + a_j) - \max_{\forall r_j \in G_i}(a_j - \alpha_j); \\ \beta tr &= \max_{\forall r_j \in G_i}(b_j + \beta_j) - \max_{\forall r_j \in G_i}(br_j + b_j). \end{aligned}$$

Длина нечеткого критического пути рассчитывается при помощи формулы:

$$T = \max_{\forall r_j \in H_i}(T^r + t_j), \quad (2)$$

где H_i – множество работ, непосредственно следующих за работой r_i в сетевом графике.

Расчет поздних сроков завершения работ $T^p(i)$ осуществляется по формуле:

$$T^p(i) = < ap_i, bp_i, \alpha p_i, \beta p_i > = \begin{cases} T, если\ H_i = \varnothing \\ \min\limits_{\forall r_j \in H_i} (T^p(j) - t_j), иначе. \end{cases} \quad (3)$$

Исходя из операций расширенного минимума, составляющие трапециевидного нечеткого числа $T^p(i)$ определяются по формулам:

$$atp = \min_{\forall r_j \in H_i} (ap_j - a_j);$$
$$btp = \min_{\forall r_j \in H_i} (bp_j - b_j);$$
$$\alpha tp = \min_{\forall r_j \in H_i} (ap_j - a_j) - \min_{\forall r_j \in H_i} (a_j - \alpha_j);$$
$$\beta tp = \min_{\forall r_j \in H_i} (b_j + \beta_j) - \min_{\forall r_j \in H_i} (bp_j + b_j).$$

Полным резервом Δt_i работы r_i называется разность между его поздним и ранним моментами свершения, то есть:

$$\Delta t_i = T^p(i) - T^r(i), r_i \in R. \quad (4)$$

Критический путь образуют операции с минимальными резервами времени.

Для проверки применимости данной методики в практических целях необходимо провести ее численное исследование.

Численное исследование метода

Расчет оценок раннего и позднего времени выполнения работ, резервов времени, а также нечеткого критического пути выполнен на примере сетевого графика (рис. 1) и данных о продолжительностях операций (табл. 1).

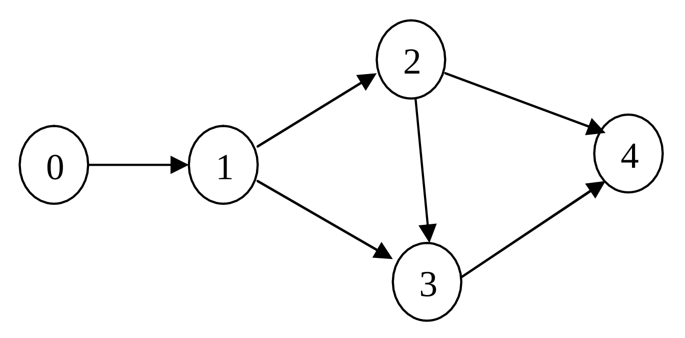


Рисунок 1 – Пример сетевого графика проекта

Таблица 1 – Продолжительности работ проекта

Работа	Минимальная продолжительность (a)	Максимальная продолжительность (b)	Отклонения (α)	Отклонения (β)
0	0	0	0	0
1	5	7	1	1
2	6	8	2	3
3	6	9	1	4
4	5	6	2	2

Вначале вычисляется раннее время начала каждой работы. Вычисления начинаются начальной и заканчиваются конечной работой проекта. Результаты вычислений в соответствии с формулами (1 – 4) изображены в табл. 2.

Нечеткими критическими работами в данном случае являются работы с номерами 0, 1, 2, 4. Нечеткий критический путь получается соединением нечетких критических работ на сетевом графике. Он показан пунктирными стрелками на рис. 2.

Таблица 2 – Прямой и обратный анализ графика

Работа	0	1	2	3	4
Раннее время начала	<0,0,0,0>	<5,7,1,1>	<11,15,3,4>	<17,24,4,8>	<22,30,6,13>
Позднее время начала	<0,0,0,0>	<5,7,2,3>	<14,15,8,5>	<16,21,3,6>	<22,30,6,13>
Резерв времени	<0,0,0,0>	<0,1,1,0>	<0,0,2,1>	<1,3,1,2>	<0,0,0,0>

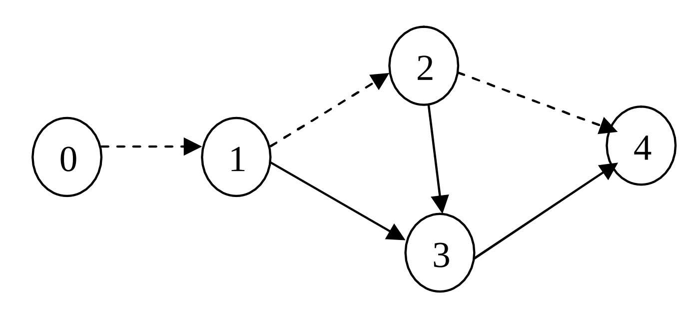


Рисунок 2 – Нечеткий критический путь проекта

Длительность выполнения всего проекта в целом может быть уменьшена за счет сокращения длительности работ, лежащих на нечетком критическом пути. Соответственно, любая задержка выполнения работ нечеткого критического пути повлечет увеличение длительности проекта.

Таким образом, представленный метод расчета временных характеристик работ позволяет менеджеру проекта, не владея достаточно точной и четкой информацией, оценить продолжительность отдельных операций и всего проекта в целом с помощью нечетких интервальных оценок.

Литература

1. Афанасьев М.Ю. Исследование операций в экономике: модели, задачи, решения / М.Ю. Афанасьев, Б.П. Суворов. – М. : ИНФРА-М, 2003. – 444 с.
2. Акимов В.А. Метод нечеткого критического пути // Управление большими системами / В.А. Акимов, В.Г. Балашов, А.Ю. Заложнев. – М., 2003. – Т. 3. – С. 5-10.
3. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH / Леоненков А.В. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 736с.: ил.
4. Дилигенский Н.В. Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология / Дилигенский Н.В., Дымова Л.Г., Севастьянов П.В. – М., 2006. – 444 с.
5. Ахьюджа Д. Методы сетевого планирования в производстве и проектированиит / Ахьюджа Д. – М. : Мир,1976.
6. Аньшин В.М. Модели управления портфелем проектов в условиях неопределенности / В.М. Аньшин, И.В. Демкин, И.М. Никонов. – М. : МАТИ, 2007. – 117 с.

Literatura

1. Afanas'ev M.Ju. Issledovanie operacij v jekonomike: modeli, zadachi, reshenija. M.: INFRA-M. 2003. 444 s.
2. Akimov V.A. Metod nechetkogo kriticheskogo puti Upravlenie bol'shimi sistemami. M. 2003. T. 3. S. 5-10.
3. Leonenkov A.V. Nechetkoe modelirovanie v srede MATLABi fuzzyTECH/ Leonenkov A.V. SPb.: BHV-Peterburg, 2005. 736s.



4. Diligenskij N.V. Nechetkoe modelirovanie i mnogokriterial'naja optimizacija proizvodstvennyh sistem v uslovijah neopredelennosti: tehnologija, jekonomika, M.: 2006. 444 s.
5. Ah'judzha D. Metody setevogo planirovanija v proizvodstve i proektirovanii. M.: Mir. 1976.
6. An'shin V.M. Modeli upravlenija portfelem proektov v uslovijah neopredelennosti. M.: MATI. 2007. 117 s.

RESUME

A.N. Shushura, Yu.A. Yakimova

Fuzzy Critical Path Method for Project Management Based on the Fuzzy Interval Estimates

The work presents a solution to the problem of project management, which the duration of the work specified in the form of trapezoidal fuzzy numbers in. Formalization of the structure of the project and the characteristics of its work are given, the approaches to the definition in the forward and reverse analysis of a network project schedule of the early and late timing of the completion of works in the form of trapezoidal fuzzy numbers are developed. The method for isolation of critical activities and critical path is proposed. The numerical study of the use of the method on the example of a network schedule is made. The presented method of calculating of the time characteristics of the work allows the project manager with to estimate the help of fuzzy interval estimates the duration of individual operations and the whole project, highlight the critical work. The results can be used in project management, which information about the duration of operations is vague and is represented as a range of valid values in.

Статья поступила в редакцию 05.06.2012.